

Zusammenhängende mathematische Behandlung der in elektromagnetischen Transformatoren wirkenden induktiven und resistiven Kopplung

Unter obiger Überschrift folgt hier ein deutschsprachiges Resümee des unter dem Titel

*"Coherent Mathematical Treatment of the Inductive and Resistive Coupling
Acting in Electromagnetical Transformers"*

bei Unigrafia im Oktober 2014 in Helsinki erschienenen Buches von Hans-Jürgen Brockmann. Nähere Einzelheiten gibt es via Unigrafia's Online Bookstore <http://kirjakauppa.unigrafia.fi> Nach Anklicken von **In English** und **Search for products** und Eingabe von **Brockmann**, oder etwas einfacher, durch Anklicken von **Choose dissertation** erscheint Brockmann, H.-J., und nach Anklicken erscheint die Titelseite des Buches. ISBN 978-952-93-4410-9 Nach **Read more** gibt es eine englische Kurzbeschreibung, und wer gerne mehr wissen und das Buch eventuell bestellen möchte, könnte bei **Add to cart** beginnen.

Wegen der Länge vieler mathematischer Gleichungen hat das Buch das Format DIN A4 und umfaßt 131 Seiten, wobei die beiden Einbandseiten noch hinzukommen. Aufgrund seines ausgeprägt mathematischen Charakters wird das Buch zwar unter der Rubrik "Choose dissertation" angegeben, ist aber etwas anderes als eine offizielle Dissertation, denn die Entstehungsgeschichte dieses Buches basiert auf bestimmte Einflüsse, die schon während der Kindheit auf den späteren Autor einwirkten, nämlich als er im Bücherschrank seines im Kriege gefallenen Vaters unter anderem das Buch von Prof. Dr. Hans Georg Möller über "Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden und mit Vektoren" entdeckte. [Verlag von S. Hirzel in Leipzig, 1937] Prof. Möller war "Direktor des Institutes für angewandte Physik an der hamburgischen Universität".

Der gefallene Vater war der junge Studienrat Hans Brockmann am Realgymnasium in Malchin in Mecklenburg. Aber sein Leben endete schon früh weit entfernt von der geliebten Heimat durch den Volltreffer einer 15 cm Artilleriegranate. Was übrig blieb für den ältesten Sohn, der sich besonders angesprochen fühlte, aber damals erst gerade vier Jahre alt wurde, waren neben einigen wichtigen persönlichen Erinnerungen hauptsächlich die Physik- und Mathematikbücher, die er allerdings erst später im Bücherschrank entdeckte und neugierig beschnüffelte.

Schon im Alter eines Schülers der vielleicht 3 letzten Klassen der 8-klassigen Pestalozzi-Grundschule in Malchin entdeckte er das interessante o. g. Buch von Prof. Möller und las darin etwas über elektromagnetische Transformatoren, und später, mit zunehmendem Wissen in Mathematik, welches er auf der Karl-Marx-Oberschule, dem früheren Realgymnasium in Malchin, erwarb, stellte er sich intuitiv die naive Frage: "Warum könnte zusätzlich zur induktiven Kopplung zwischen der Primär- und der Sekundärspule eines Transformators nicht auch noch eine wechselstrommäßige resistive Kopplung möglich sein? - Diese Frage mit all den damit verbundenen mathematischen Herausforderungen beschäftigte den Autor bis zur Vollendung seines o. g. Buches im 77. Lebensjahr, kann also gewissermaßen als sein Lebenswerk betrachtet werden, obwohl er sich noch vielen anderen Aufgaben stellte.

Die Transformatorenhandzeichnung auf der Vorderseite des Buches hatte der Autor schon im Jahre 2006 selbst angefertigt. Aber dann waren noch lange nicht alle die mathematischen Ableitungen in Reinschrift sauber ausgearbeitet. Auch war dann noch nicht der in den 3 Appendices angegebene mathematische Zusammenhang erkannt und bewiesen, was erst im Jahre 2014 Wirklichkeit wurde. Die benutzten *Rapidograph*-Zeichenstifte stammten z. T. noch aus der Studienzeit in Deutschland, sogar auch noch die zugehörige Tusche, obwohl diese Ausbildungsjahre schon weit zurückliegen.

Die geistige Leistung der mathematischen Arbeit besteht nach eigener Auffassung des Autors darin, mit einer zunächst fast aussichtslos erscheinenden ellenlangen Herleitung eine einfache elementare explizite Formel für die Bestimmung des maximal möglichen Wirkungsgrades eines Transformators herauskristallisiert und damit auch gleichzeitig vermutlich erstmalig gezeigt zu haben, daß ein solches Ergebnis überhaupt möglich ist. Denn dazu gehörte eine große Portion Fingerspitzengefühl mit unerermüdlicher Zielstrebigkeit, aber zugegebenermaßen schließlich auch etwas Glück und Zufall.

Dieselben Eigenschaften des Unentwegten waren maßgeblich auch mit beteiligt bei der Erschaffung seiner "**Complex Relative-Error Equalization Theorie**", von ihm abgekürzt "CREET" genannt und mit welcher die bei einer bestimmten Frequenz gemessenen Impedanzwerte eines Transformators optimal in Bezug auf die beiden komplexen Vierpolgleichungen so modifiziert werden können, als bedeuteten dann die 4 komplexen Koeffizienten dieser Gleichungen Serienschaltungen aus je einer reinen Induktivität und einem reinen Widerstand ohne irgendwelche Streukapazitäten.

Und daß dabei schließlich die Überraschung herauskam, die natürlich vom Autor noch auf den letzten Seiten seines Buches algebraisch bewiesen wird, nämlich daß der arithmetische Mittelwert aller 8 relativen Einzelkorrektive exakt genau gleich dem negativen Quadrat des Pythagoreischen Mittelwertes selbiger 8 relativer Einzelkorrektive ist, das bildet den nur denkbar schönsten Abschluß der umfangreichen Arbeiten. Im Detail gesehen handelt es sich um 4 relative Einzelkorrektive auf der Primärseite und 4 auf der Sekundärseite, woraus durch Addition der genannte Zusammenhang folgt.

Alle Messungen und Berechnungen sind ausführlich, d. h. mathematisch-logisch aufbauend dargestellt, so daß der Leser hoffentlich nicht zwischen den Zeilen herumzurätseln braucht. Es zieht sich wie ein "roter Faden" durch das ganze Buch, angefangen von den Impedanzmessungen, deren kohärente Auswertung zur Bestimmung nicht nur der wechselseitigen Induktivität sondern auch des wechselseitigen Widerstandes bis hin zur Berechnung der optimalen Abschlußkapazität und des optimalen Lastwiderstandes zur Erzielung des maximalen Wirkungsgrades eines gemessenen Transformators.

Schließlich münden alle algebraischen Rechenkünste harmonisch in eine einzige einfache explizite elementare Formel zur Bestimmung des maximal möglichen Wirkungsgrades. Die einzigen Parameter, die erforderlich sind, das sind die beiden Gütefaktoren von Primär- und Sekundärspule sowie der induktive und der resistive Kopplungsfaktor, wie schon auf dem Einband vorne angegeben.

Die Fehlerausgleichsrechnung CREET ist ein Ergebnis sehr ehrgeizigen Bemühens, vielleicht sogar im Sinne von Carl Friedrich Gauß. Jedoch gehört es hier zur Besonderheit der entdeckten Zusammenhänge, daß der arithmetische Mittelwert aller 8 Relativkorrektive nicht gleich Null wird, sondern immer leicht negativ ausfällt, vom Betrage her aber deutlich kleiner als der Pythagoreische Mittelwert ist, nämlich genau gleich dem Quadrate dieses Pythagoreischen Mittelwertes, der in der vorliegenden Arbeit auch als Standard Corrective Sigma bezeichnet wird.

Diese soeben benannte quadratische Gesetzmäßigkeit kann als eine besondere Eigenschaft der entwickelten CREET bewertet werden, die im Kapitel 2 dargestellt ist und die im Deutschen vielleicht als eine "komplexe Relativfehler-Ausgleichstheorie" zur Vierpoltheorie bezeichnet werden kann. Wenn z. B. der Pythagoreische Mittelwert 0,03 betrüge, so wäre der arithmetische Mittelwert - 0,009.

Wenn ein Mathematiker einen Blick auf dieses Buch werfen möchte, so würde ich als Autor die letzten 10 Seiten als zuerst zu lesende empfehlen, welche zwei Verifikationen und einen algebraischen Beweis zur soeben oben genannten und unterstrichenen quadratischen Gesetzmäßigkeit enthalten.

Und wenn ein Mathematiklehrer jedweder Schule im Unterricht die komplexe Gauß'sche Zahlenebene und die Polarkoordinaten behandelt und dabei auch übliche Taschenrechner benutzt, so täte er gut, auf die Notwendigkeit einer konsequenten Befolgung der mathematisch-positiven Zählrichtung des Polarwinkels für alle 4 Quadranten hinzuweisen. Andernfalls könnte in manchen Fällen bei der Berechnung eines komplex-geometrischen Mittelwertes ein Vektor von genau entgegengesetzter Richtung herauskommen, wie auf Seite 34 dieses Buches an einem einfachen Beispiel erklärt wird. Außerdem könnten bei Schülern und Studenten Zweifel am eigenen Verstand aufkommen, "weil" i. a. "a priori" wie selbstverständlich vorausgesetzt wird, daß ein "Scientific Calculator" keinen "Stolperstein" enthält.

Im letzten Kapitel ist ein BASIC-Computerprogramm angegeben, mit dessen Hilfe sich alle auf nichtkomplexe Formeln transformierte Berechnungen ebenso genau ausführen lassen, wie mit den komplexen Rechenmöglichkeiten, die Mathcad bietet, abgesehen nur von praktisch nicht ins Gewicht fallenden Unterschieden der inneren Rechengenauigkeit, die bei einem kleinen Taschencomputer natürlich weniger hoch ist als bei einem großen Computer.

Das Buch enthält 15 Kapitel und 3 Appendices. Vorangestellt ist ein Abstract, ein kurzes Vorwort und eine 11-seitige Introduction, die neben physikalischen Aspekten auch etwas über den komplizierten und zeitweilig sehr schwierigen Lebensweg des Autors erzählt, der ihn von der mecklenburgischen Kleinstadt Malchin über Frankfurt a. M., Hausen bei Offenbach a. M., Lübeck, Erlangen, Wedel und Hamburg aus persönlichen Gründen bis nach Finnland hin führte, wo er bis zum Pensionsalter von 65 Jahren fast 30 Jahre in Forschung und Entwicklung tätig war, danach aber privat noch weiterforschte.

Fördernde berufliche Stationen in Deutschland waren die RFT-Vertragswerkstatt Max Voß in Teterow, Reparatur von Schwerhörigengeräte bei Siemens-Reiniger in Frankfurt a. M., Elektroinstallation bei Elektro-Roth in Hausen bei Offenbach, Semesterferien-Praktika im Labor der Siemens-Reiniger-Werke in Erlangen, 1 Jahr physikalisch-technische Assistententätigkeit im AEG Forschungsinstitut in Frankfurt a. M. und 8 Jahre als Physik-Ingenieur im Valvo-Applikationslabor (Philips) in Hamburg.

Sinn des englischsprachigen Buches ist es, erst einmal grundsätzlich klarzumachen, d. h. mathematisch darzulegen und damit direkt auszusprechen, daß es eine resistive Kopplung zusätzlich zur wohlbekannten induktiven Kopplung zwischen beiden Spulen eines Transformators gibt, natürlich nur bei Wechselstrom, denn für Gleichstrom sind elektromagnetische Transformatoren ja ohnehin absolut wirkungslos.

Das Ergebnis einer durch Einfügung eines wechselseitig wirkenden Widerstandes in beide Vierpolgleichungen des Kapitels 10 erbrachten mathematischen Behandlung sind schliesslich so praxisnahe explizite Formeln, wie die zur Bestimmung der optimalen Abschlusskapazität C_{opt} , des optimalen Lastwiderstandes R_{opt} und des maximalen Wirkungsgrades η_{max} .

Zur Illustration dieses Sachverhaltes entnimmt man der Seite 74 des diskutierten Buches die folgenden Werte, wobei aber der Einfachheit halber der Index e weglassen wird, da hier nur ausgeglichene Parameter benutzt werden sollen.

Die Meßfrequenz war: $f := 60 \cdot \text{kHz}$ $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$ Induktivität: $L_2 := 1.003385 \cdot \text{mH}$
von Seite 50

$k_{\text{ind}} := 0.939301$ $k_{\text{prox}} := 0.394076$ $Q_1 := 272.944$ $Q_2 := 151.342$

$$C_{\text{opt}} := \frac{1 - k_{\text{ind}} \cdot k_{\text{prox}} \cdot \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}}{\left(k_{\text{ind}} \cdot \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} - k_{\text{prox}} \right)^2 + \left(1 - k_{\text{prox}}^2 \right) \cdot \left(1 + Q_2^{-2} \right)} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot L_2} \quad C_{\text{opt}} = 2.208201 \text{ nF}$$

$$R_{\text{opt}} := \frac{\left(k_{\text{ind}} \cdot \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} - k_{\text{prox}} \right)^2 + \left(1 - k_{\text{prox}}^2 \right) \cdot \left(1 + Q_2^{-2} \right)}{\sqrt{\left(1 + k_{\text{ind}}^2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \right) \cdot \left(1 - k_{\text{prox}}^2 \right)}} \cdot Q_2 \cdot \omega \cdot L_2 \quad R_{\text{opt}} = 0.521067 \text{ k}\Omega$$

$$\eta_{\text{max}} := \frac{k_{\text{ind}}^2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 + k_{\text{prox}}^2}{\left(\sqrt{1 + k_{\text{ind}}^2 \cdot Q_1 \cdot Q_2} + \sqrt{1 - k_{\text{prox}}^2} \right)^2} \quad \eta_{\text{max}} = 0.990418$$

Ein im 15. Kapitel, dem letzten Kapitel aufgezeichnetes nichtkomplexes Computerprogramm - hergeleitet natürlich mithilfe der komplexen Rechnung, wie denn sonst? - gestattet die Berechnung der für die Anwendung dieser Formeln erforderlichen Parameter, nämlich der beiden Gütefaktoren Q_1 und Q_2 beider Spulen und der beiden Kopplungskoeffizienten k_{ind} und k_{prox} .

Diese drei Formeln gelten übrigens nicht nur für Transformatoren, sondern ganz allgemein für Vierpole, so z. B. auch für II-Schaltungen, wie im Kapitel 13 beispielhaft vorgerechnet wird.

Die berechneten beiden Gütefaktoren Q_1 und Q_2 beider Spulen und die beiden Kopplungskoeffizienten k_{ind} und k_{prox} basieren auf Messungen mit einem Impedanzanalysator, mit dessen Hilfe man bei einer bestimmten, vorher gewählten Messfrequenz, die Spuleninduktivitäten und die Verlustwiderstände, die in Serie mit den Induktivitäten betrachtet werden, im Leerlauf- und im Kurzschlussbetrieb erfassen kann, gemessen sowohl auf der Primärseite als auch auf der Sekundärseite.

Wie aus solchen Induktivitäts- und Widerstandsmessungen, zusammenfassend auch Impedanzmessungen der $(R + i \cdot \omega \cdot L)$ genannt, die gesuchten Parameter kohärent berechnet werden können, das alles ist in den Kapiteln 1, 5, 6, 7 und 14 auf etwas verschiedenen Wegen gezeigt, um ganz deutlich zu machen, wie invariable der resistive Proximity-Effekt Kopplungsfaktor ist. Denn alle Rechenvariationen führen stets zu gleichen Ergebnissen, unterscheiden sich höchstens darin, ob die Relativfehler-Ausgleichsrechnung CREET angewandt wurde oder nicht. Die Berechnungsmethode unter Benutzung von Polarkoordinaten hat den Vorteil, daß die Probleme der Vorzeichenfrage, wie sie beim Wurzelziehen in der Methode mit kartesischen Koordinaten auftauchen, hier nun entfallen. Daher haben die Polarkoordinaten im Computerprogramm des Kapitels 15 eine vorrangige Bedeutung.

Zu bedenken ist aber in jedem Falle von vorneherein, daß alle diese Messungen i. a. nur Kleinsignalmessungen sind und nur im Falle von Luftspulentransformatoren auch für den Leistungsbetrieb repräsentativ sind, denn die Permeabilität und die Verlustleistung von Ferritkernen sind ziemlich aussteuerabhängig. Alle diese Messungen und Berechnungen sind daher eher auf Applikationen im Empfangsantennenbereich beschränkt. Und für wen fernerhin Kurzschlussimpedanzmessungen etwas suspekt erscheinen mögen, weil dabei die magnetische Induktionsdichte reduziert wird, für den sind im 14. Kapitel Formel hergeleitet, die mit grob gewählten, aber genau bekannten Abschlußwiderständen arbeiten und die Rückrechnungen auf die primärseitige und die sekundärseitige Kurzschlußinduktivität und auf die mit ihnen jeweils in Serie gedachten Kurzschlußwiderstände erlauben, einmal von der Primärseite her gesehen, ein zweites Mal von der Sekundärseite her gesehen.

Als Ergebnis von Frequenzabhängigkeitsmessungen entstanden die folgenden 3 graphischen Darstellungen:

Seite 84 zeigt die Frequenzabhängigkeit des wechselseitigen Widerstandes eines Transformators mit und ohne Ferritkern ETD 34 - N27 . Der Luftspalt des Mittelschenkels betrug 400 μm .

Seite 85 zeigt die Frequenzabhängigkeit des Proximity-Effekt Kopplungsfaktors, auch resistiver Kopplungsfaktor genannt, desselben Transformators mit und ohne Ferritkern ETD 34 - N27.

Der Luftspalt des Mittelschenkels betrug wieder 400 μm .

Seite 86 zeigt die Frequenzabhängigkeit des induktiven Kopplungsfaktors wiederum desselben Transformators mit und ohne Ferritkern ETD 34 - N27 mit Mittelschenkelluftspalt von 400 μm .

Interessant ist, daß sogar eine deutliche Zunahme des induktiven Kopplungsfaktors mit zunehmender Frequenz auftritt, was vermutlich durch Streukapazitäten verursacht sein könnte, welche durch die CREET automatisch in induktive Anteile umgerechnet wurden. (Resonanznähe)

Im folgenden seien aus dem Abstract der Seite 04 noch einige Abschnitte ins Deutsche übertragen:

Für die zusammenhängende Bestimmung der wechselseitigen Impedanz, der wechselseitigen Induktivität und des wechselseitigen Widerstandes sind die folgenden drei Berechnungsstufen beschrieben:

- 1.) Die erste schöpferische Stufe besteht in der Bildung des komplex-geometrischen Mittelwertes von zwei Brüchen. Der erste Bruch stellt das Verhältnis von Kurzschlußimpedanz der Primärspule (Die Sekundärspule ist kurzgeschlossen) zu ihrer Leerlaufimpedanz dar. Und der zweite Bruch stellt das Verhältnis von Kurzschlußimpedanz der Sekundärspule (Die Primärspule ist kurzgeschlossen.) zu ihrer Leerlaufimpedanz dar.
- 2.) Die nächste Berechnungsstufe umfaßt drei alternative Möglichkeiten. Jede davon ist geeignet zur Bestimmung der wechselseitigen Impedanz, der wechselseitigen Induktivität und des wechselseitigen Widerstandes.
Dazu enthält zunächst das Kapitel 5 die für Vierpolnetzwerke wohlbekanntes komplexe Mathematik, die hier nun aber in bezug auf Transformatoren durch Beibehaltung des Ansatzes eines wechselseitig wirkenden Widerstandes angewendet wird, also ohne diesen Ansatz fortzulassen. - Das Kapitel 6 enthält eine von mir selbst entwickelte und mit "Einpfad" (One-Path) bezeichnete Methode mit Formeln für eine homogene Benutzung aller vier Impedanzmeßwerte, d. h. beider Leerlauf- und beider Kurzschlußmeßwerte in einem gemeinsamen Rechenverfahren.
Das Kapitel 7 beschreibt im Vergleich dazu die von mir schon vor ungefähr einem halben Jahrhundert hergeleitete "Zweipfad"-Methode (Two-Path method), welche für jeden einzelnen Berechnungspfad jeweils nur drei Impedanzmeßwerte gebraucht, und zwar stets beide Leerlauf-Impedanzmeßwerte in Kombination mit einer von beiden Kurzschluß-Impedanzmeßwerten.
Abschließend wird dann der Mittelwert der Ergebnisse beider Pfade gebildet.
- 3.) Anwendung der extra für diese Messungen entwickelten komplexen Relativfehler-Ausgleichstheorie, im Englischen von mir mit "**C**omplex **R**elative-**E**rror **E**qualization **T**heory" und abgekürzt mit "CREET" bezeichnet. Diese Theorie basiert auf folgende drei Postulate:
 - 3a) Das Verhältnis der korrigierten (oder mit anderen Worten gesagt:ausgeglichenen, balanzierten oder kompensierten) Kurzschlußimpedanz zur korrigierten Leerlaufimpedanz der Primärspule und das entsprechende Verhältnis der Sekundärspule muß jeweils gleich dem komplex-geometrischen Mittelwert aus den entsprechenden Verhältnissen der direkten, nicht korrigierten Meßwerte sein.
 - 3b) Korrelation von aus der Vierpoltheorie abgeleiteten mathematischen Gesetzmäßigkeiten zwischen bestimmten Real- und Imaginärteilen der Leerlauf- und Kurzschlußimpedanz auf der Primärseite mit solchen auf der Sekundärseite, wie auf Seite 39 detailliert dargelegt.
 - 3c) Minimierung der Summe der Quadrate aller 8 relativen Differenzen, die berechnet werden aus den Unterschieden zwischen ausgeglichenen und den nicht ausgeglichenen, originalen Real- und Imaginärteilen, jeweils dividiert durch die zugehörig gemessenen Real- und Imaginärteile.

Die physikalische Erklärung für die Existenz eines wechselseitig wirkenden Widerstandes bei Transformatoren basiert nach eigenen Untersuchungen einmal auf den wechselseitigen Proximity-Effekt.

Zusätzlich aber läßt sich ein wechselseitig wirkender Widerstand eines Transformators schon alleine dadurch simulieren, daß man parallel zu mindestens einer der beiden Spulen einen Parallelwiderstand schaltet und den dann solcherart belasteten Transformator noch einmal mißt.

Diese Simulation eines wechselseitig wirkenden Widerstandes ist im ersten Teil des 11. Kapitels mathematisch ausführlich beschrieben.

Anzumerken wäre hier vielleicht noch, daß sich durch Hinzuschalten von Serienwiderständen zu den beiden Spulen eines Transformators kein wechselseitig wirkender Widerstand erzeugen läßt.

Klappentext des Buches von Hans-Jürgen Brockmann

Der Autor hat sein Ingenieurstudium an der Physikalisch-Technischen Lehranstalt, der heutigen Fachhochschule, the University of Applied Sciences, in Wedel in Schleswig-Holstein absolviert und arbeitete danach 8 Jahre im Valvo-Applikationslaboratorium (Philips) in Hamburg.

Er war dort engagiert mit der Weiterentwicklung von elektromagnetischen Konvergenzschaltungen für die ersten Farbfernsehbildröhren, und danach zog er nach Finnland, wo er insgesamt fast 30 Jahre lang zuerst in Forschung und Entwicklung in der TV-Industrie (Salora) und schließlich als "Chief Research Engineer" auf dem Gebiet von Stromspeisegeräten tätig war.

Nach seiner Pensionierung in vollem Alter leitete er mathematisch für die Bestimmung des maximal möglichen Wirkungsgrades eines Transformators eine elementare exakte Formel her, wie sie auf der Vorderseite seines Buches wiedergegeben ist und welche die folgenden 4 unabhängigen Variablen enthält: Die zwei als Produkt auftretenden Gütefaktoren beider Spulen im Zusammenhang mit dem wechselseitigen induktiven und dem wechselseitigen resistiven Kopplungsfaktor, wobei letztgenannter vom wechselseitigen Proximity-Effekt hervorgerufen wird.

Und der Autor beschreibt mehrere von ihm selbst entwickelte mathematische Methoden, wie man ausgehend von Messungen der zwei Leerlaufimpedanzen und der zwei Kurzschlußimpedanzen zunächst kohärent die wechselseitige Induktivität und den wechselseitigen Widerstand ermitteln und dann weiter die zugehörigen beiden Kopplungsfaktoren berechnen kann.

Weiterhin entwickelte er eine komplexe Relativfehler-Ausgleichstheorie für einen optimalen Ausgleich von Impedanz-Meßwerte-Abweichungen eines Transformators. Diese Ausgleichstheorie kann auch auf andere Vierpolnetzwerke übertragen werden.

Das Buch findet seine Vollendung in einer detaillierten Darlegung eines mathematisch interessanten Beweises dafür, daß die Summe aus dem Quadrat des Pythagoreischen Mittelwertes und dem arithmetischen Mittelwert aller 8 zum optimalen Ausgleich von Impedanzmessungen eines Vierpolnetzwerkes erforderlichen relativen Korrektive gleich Null ist, was bedeutet, daß der arithmetische Mittelwert vom Betrage her stets deutlich kleiner als der Pythagoreische Mittelwert ist, welcher im Buche zusätzlich die Bezeichnung "Standard Corrective Sigma" erhielt.