Korrekte Lösung der Schwingkreis-Preisfrage im FA 07 – 2023

Wir gehen aus von einem Reihenschwingkreis der Güte Q. Dieser hat eine Dämpfung, die durch den Dämpfungsgrad $D = \frac{1}{2Q}$ bestimmt ist. Dafür gilt:

$$f = f_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}$$

Aus dieser Gleichung resultiert die Bestimmungsgleichung x für f, L, C und Q:

$$x^6-\frac{10^6}{4\pi^2}x^2+\frac{10^6}{16\pi^2}=0$$

Das ist eine Gleichung 6. Grades. Mit der Substitution $y = x^2$ kann auf eine kubische Gleichung reduziert werden: $y^3-\frac{10^6}{4\pi^2}y+\frac{10^6}{16\pi^2}=0$

Daraus ergeben sich zwei positive, reelle Lösungen: x_1 = 12,61.. und x_2 = 0,50000061.
Die weiteren Lösungen der Gleichung sind für die Aufgabenstellung nicht relevant. Für die gesuchten Schwingkreisparameter ergeben sich also zwei Lösungen.

Lösung 1: f = 12,61*MHz*, L = 12,61*µH*, C = 12,61*pF* und Q = 12,61
dabei ist f_0 = 12,**62***MHz* (Wert im FA) und R = 79,2*Ω*

Lösung 2: f = 0,50..*MHz*, L = 0,50..*µH*, C = 0,50..*pF* und Q = 0,50..
dabei ist f_0 = 318,3*MHz* und R = 2*kΩ*

Bei Lösung 1 bewirkt die Güte nur eine geringfügige Abweichung von f und f_0.
Bei Lösung 2 ist die Abweichung durch die schlechte Güte jedoch erheblich.